

Capitolul 2 INDICATORI DE FIABILITATE

INDICATORII DE FIABILITATE sunt mărimi caracteristice care permit aprecierea cantitativă a nivelului de fiabilitate al dispozitivelor.

Indicatorii de fiabilitate se pot referi la întreaga populație de dispozitive sau la un eșantion prelevat dintr-o populație de dispozitive.

POPULAȚIA este orice mulțime de dispozitive similare, având proprietăți comune care este supusă unui studiu statistic.

EȘANTIONUL este un grup de dispozitive selectat aleator dintr-o mulțime de dispozitive similare, care formează o **populație**.

Organizarea eșantioanelor

- Reprezentativitatea eșantionului
- Eficiență economică
- Nivel de încredere în rezultate
- Capacitatea de preluare și prelucrare a informației

Înregistrarea defecțiunilor

Înregistrarea defecțiunilor → eveniment cu eveniment
→ pe subintervale de observare

- Se înregistrează momentele în care se produc defecțiunile;
- Se rețin valorile extreme;
- Se calculează mărimea unui subinterval de observare:

$$\Delta t = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{1 + 3,322 \lg n}, \quad \text{mărimea teoretică;}$$

se aleg t_{\min}^* , t_{\max}^* și Δt^* , de preferință numere naturale, astfel încât numărul subintervalelor de observare să fie natural:

$$k = \frac{t_{\max}^* - t_{\min}^*}{\Delta t^*} \in N.$$

2.1 INDICATORI DE FIABILITATE AI DISPOZITIVELOR NEREPARABILE

Dispozitive nereparabile – odată defectate se înlocuiesc, neputând fi reparate.
Ex.: becuri, bujii, curele de transmisie, garnituri de etanșare, segmenti etc.

2.1.1 Funcția de fiabilitate, $R(t)$

FUNCȚIA DE FIABILITATE

- probabilitatea ca la momentul considerat, t , un dispozitiv, aflat în condiții date de utilizare, să-și îndeplinească funcțiunile specifice.
- probabilitatea ca momentul T , la care se produce defecțiunea, să fie mai mare decât momentul curent. t .

$$R(t) = P(T > t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N(t)}{N_0}$$

(în limba engleză *Reliability*);

unde: $N(t)$ este numărul dispozitivelor aflate în bună stare de funcționare la momentul t ;

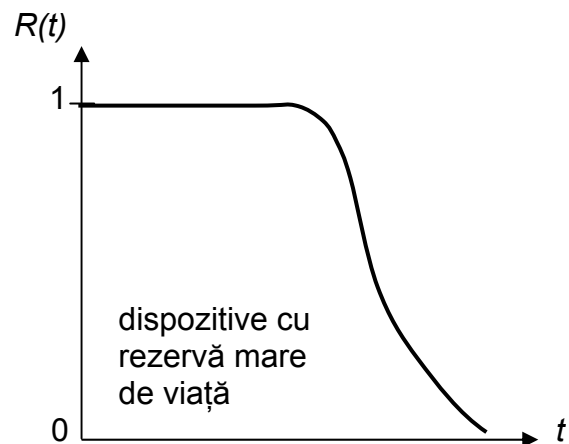
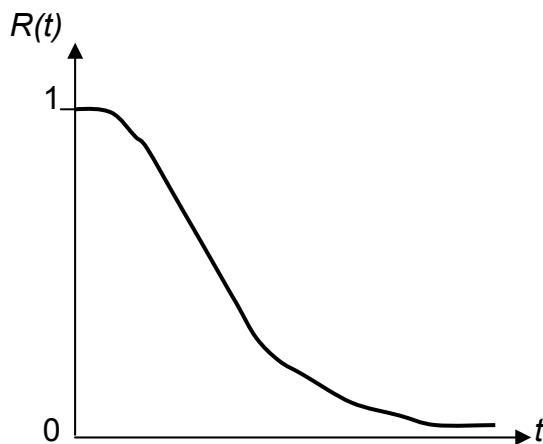
N_0 – numărul dispozitivelor din care a fost alcătuit inițial eșantionul supus observației.

În cazul studiilor statistice,

$$R(t) = \frac{N(t)}{N_0}$$

; pentru $t = 0$, $R(0) = 1$;

pentru $t \rightarrow \infty$, $R(\infty) = 0/N_0 = 0$.



Funcția de fiabilitate permite:

- aprecierea nivelului de încredere în utilizarea unui dispozitiv la un anumit moment t din viața sa;
- compararea nivelului de fiabilitate al unor dispozitive realizate de producători diferiți;
- compararea condițiilor de utilizare ale unor dispozitive realizate de același producător, dar aflate la utilizatori diferiți.

2.1.2 Funcția de defectare (de repartiție), $F(t)$

FUNCTIA DE DEFECTARE

- probabilitatea ca momentul T , la care se produce defecțiunea, să fie mai mic decât momentul curent, t .

$$F(t) = P(T < t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{n(t)}{N_0}$$

(în limba engleză *Failure*);

unde: $n(t)$ este numărul dispozitivelor care s-au defectat până în momentul t .

În cazul studiilor statistice:

$$F(t) = \frac{n(t)}{N_0}$$

Dacă $N_0 < 20$, atunci:

$$F(t) = \frac{n(t)}{N_0 + 1}$$

În cazul înregistrării defectelor pe subintervale de observație:

$$n(t) = \sum_{i=1}^{k_t} n(\Delta t)_i, \text{ unde } n(\Delta t)_i \text{ este numărul dispozitivelor defectate în}$$

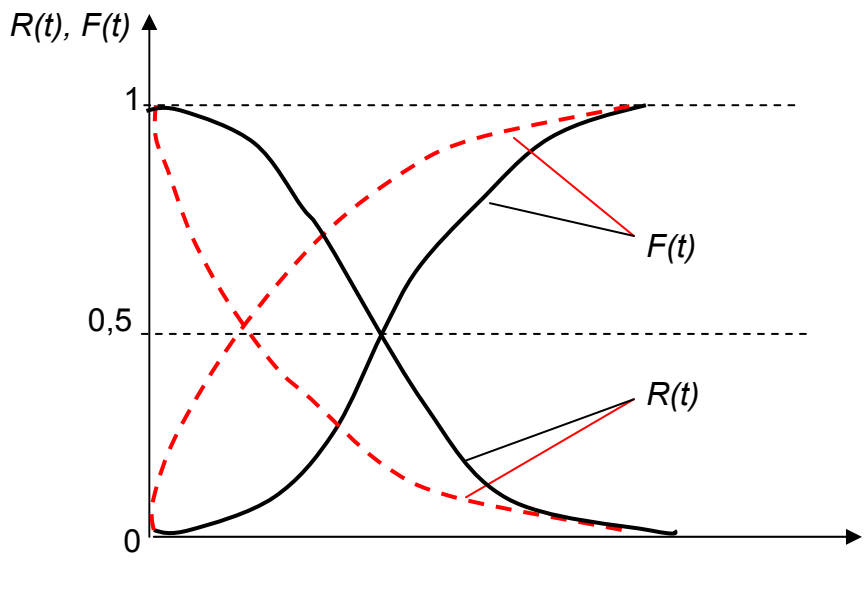
subintervalul $(\Delta t)_i$; k_t – numărul subintervalelor până la momentul t .

Proprietăți:

$$t = 0, n_{(0)} = 0; \Rightarrow F(0) = 0;$$

$$t \rightarrow \infty, n_{(\infty)} = N_0; \Rightarrow F(\infty) = 1.$$

Deoarece $n(t) + N(t) = N_0 \Rightarrow \frac{n(t)}{N_0} + \frac{N(t)}{N_0} = 1$, sau $F(t) + R(t) = 1$



OBSERVAȚIE:

$R(t)$ și $F(t)$ descriu comportarea dispozitivelor din punct de vedere al producerii defecțiunilor pe un interval de timp $[0, t]$.

2.1.3 Densitatea de probabilitate a timpului de bună funcționare (frecvența relativă a defecțiunilor, densitatea defecțiunilor), $f(t)$

DENSITATEA DE PROBABILITATE A TAMPULUI DE BUNĂ FUNCȚIONARE

reprezintă limita raportului dintre probabilitatea ca un dispozitiv să se defecteze în intervalul închis la stânga $[t - \Delta t, t)$ și mărimea intervalului Δt , atunci când aceasta din urmă tinde către 0.

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t - \Delta t \leq T < t)}{\Delta t}; P(t - \Delta t \leq T < t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0}.$$

Statistic, reprezintă raportul dintre numărul de defecțiuni ce apar în unitatea de timp pe parcursul unui subinterval și numărul de dispozitive luate inițial în observare.

$$f(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t}; \quad n(\Delta t) = N(t - \Delta t) - N(t);$$

$$f(t) = \frac{N(t - \Delta t) - N(t)}{N_0 \Delta t} = \frac{R(t - \Delta t) - R(t)}{\Delta t} = \frac{R(t - \Delta t) - R(t)}{t - (t - \Delta t)} = -\frac{\Delta R(t)}{\Delta t}.$$

Dacă $\Delta t \rightarrow 0$, atunci $f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$

Deoarece $R(t) = 1 - F(t)$, rezultă:

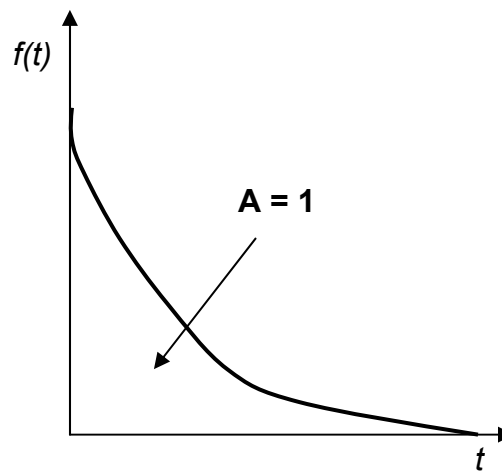
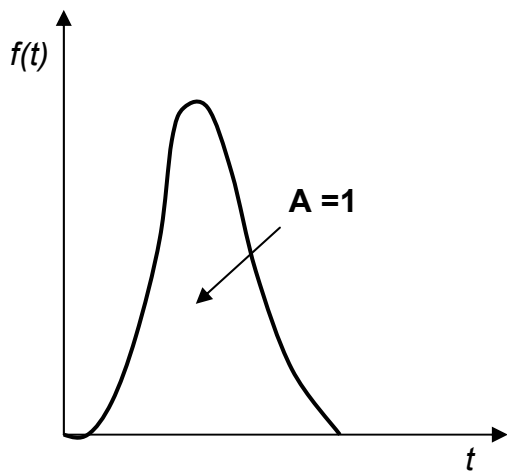
$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}.$$

Deci $f(t)$ reprezintă viteza de defectare a dispozitivelor.

Conform ultimei relații, $f(t) dt = dF(t)$; rezultă:

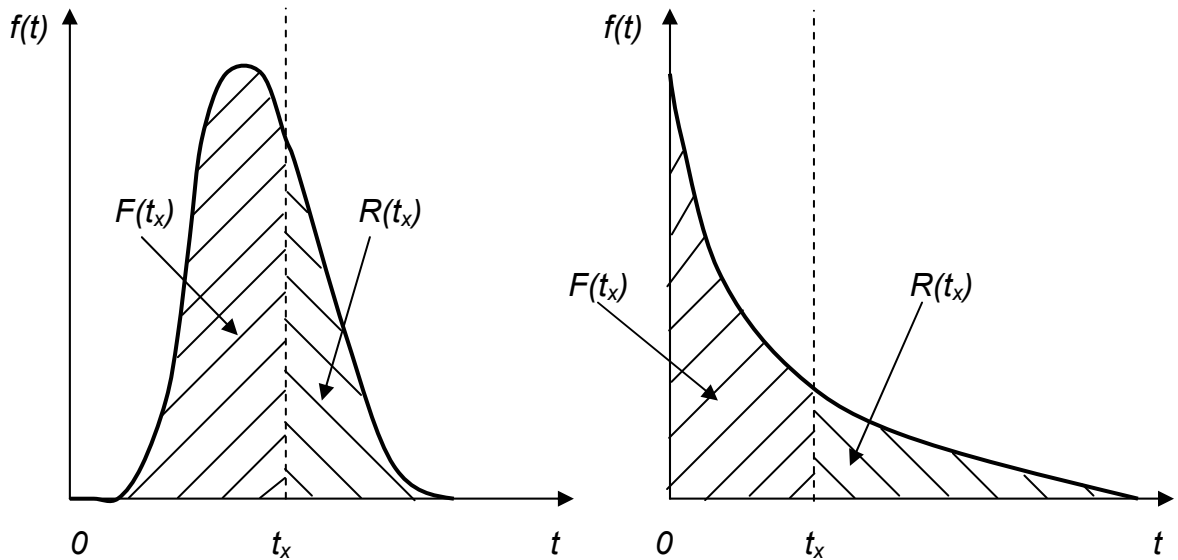
$$\int_0^{\infty} f(t) dt = \int_0^{\infty} dF(t) = F(t) \Big|_0^{\infty} = 1 - 0 = 1.$$

Aria de sub curba lui $f(t)$ este egală cu unitatea, indiferent de forma curbei.



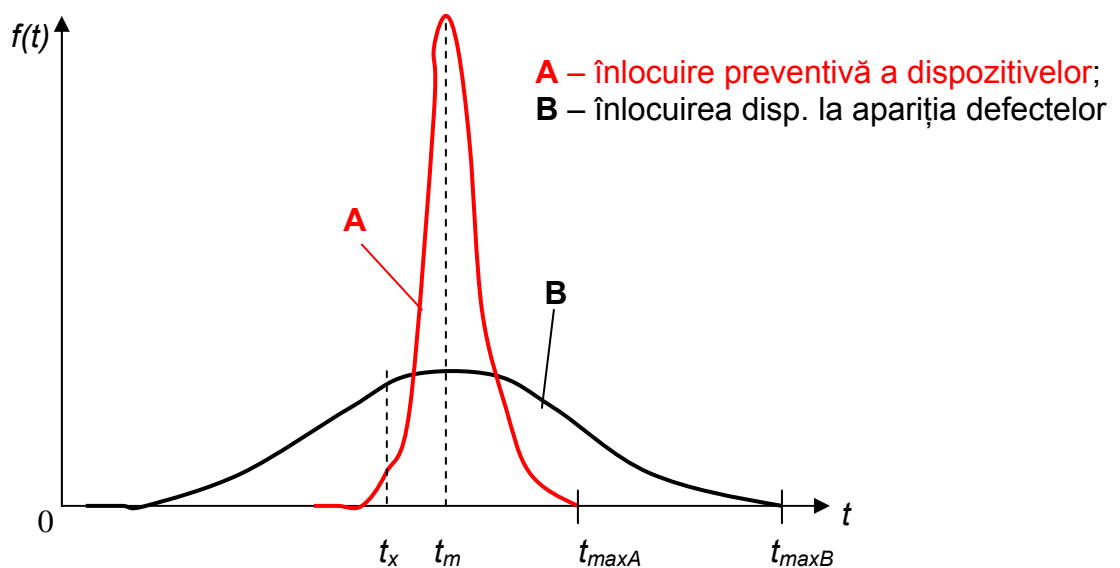
$$\int_0^{t_x} f(t) dt = \int_0^{t_x} dF(t) = F(t) \Big|_0^{t_x} = F(t_x) - 0 = F(t_x)$$

$$\int_{t_x}^{\infty} f(t) dt = \int_0^{\infty} f(t) dt - \int_0^{t_x} f(t) dt = 1 - F(t_x) = R(t_x)$$



Densitatea de probabilitate a timpului de bună funcționare:

- permite aprecierea producției dacă se referă la dispozitive realizate de o singură firmă (omogenitatea producției);
- oferă informații privind omogenitatea solicitărilor în utilizare și a calității și frecvenței operațiilor de mentenanță;
- este utilă în planificarea activității de mentenanță.



2.1.4 Rata de defectare (intensitatea momentană a căderilor), $z(t)$

RATA DE DEFECTARE reprezintă limita raportului dintre probabilitatea ca un dispozitiv să se defecteze în intervalul deschis la stânga $(t - \Delta t, t]$, deci cu condiția ca el să facă parte din dispozitivele care se află în bună stare de funcționare la începutul subintervalului, și mărimea subintervalului Δt , când aceasta tinde către zero.

$$z(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t - \Delta t < T \leq t | t - \Delta t < T)}{\Delta t}; \quad P(t - \Delta t < T \leq t | t - \Delta t < T) = \frac{n(\Delta t)}{N(t - \Delta t)}$$

Statistic, reprezintă raportul dintre numărul de defecțiuni în unitatea de timp produse într-un subinterval de timp și numărul de dispozitive aflate în bună stare de funcțiune la începutul subintervalului de observare.

$$z(t) = \frac{n(\Delta t)}{N(t - \Delta t) \cdot \Delta t}$$

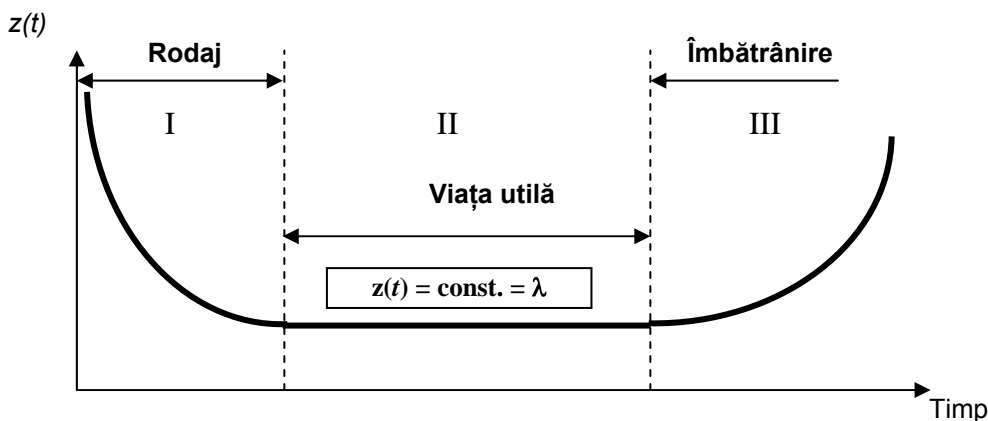
$$z(t) = \frac{n(\Delta t)}{\frac{N(t - \Delta t)}{N_0} \cdot N_0 \cdot \Delta t} = \frac{f(t)}{R(t - \Delta t)}$$

Dacă $\Delta t \rightarrow 0$, atunci

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow -\int_0^t z(t) dt = \int_0^t \frac{dR(t)}{R(t)} = \ln R(t) \Big|_0^t = \ln R(t) - \ln R_0 = \ln R(t) - \ln 1 = \ln R(t)$$

Rezultă: $R(t) = e^{-\int_0^t z(t) dt}$ Dacă $z(t) = \text{const.} = \lambda$, atunci $R(t) = e^{-\lambda t}$



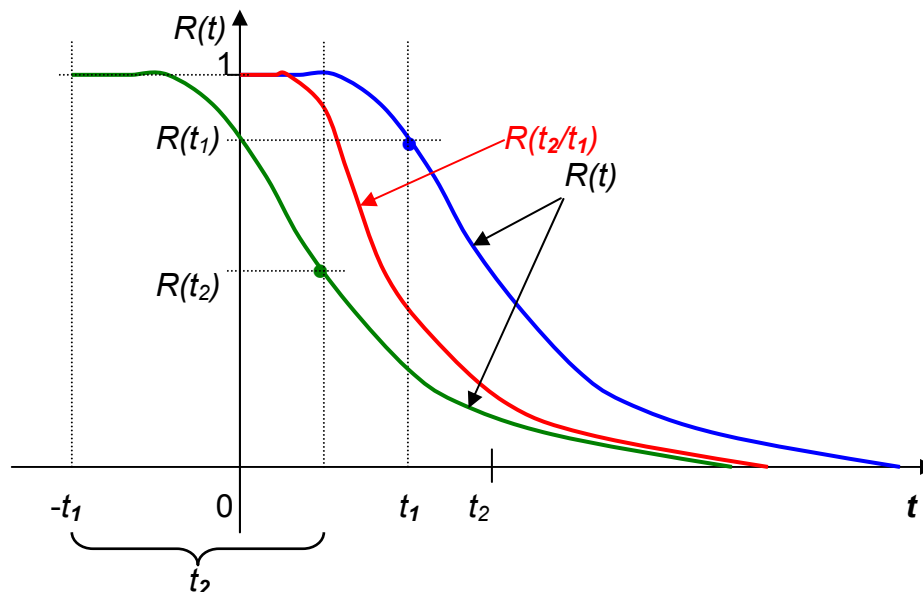
Rata de defectare:

- permite compararea nivelului de fiabilitate al dispozitivelor realizate de diferiți producători;
- permite compararea condițiilor de utilizare a aceluiași tip de dispozitive;
- permite identificarea etapei din viața dispozitivelor și, implicit, a naturii defecțiunilor;
- Se exprimă în defecțiuni/unitatea de timp.

Probabilitatea ca un dispozitiv care s-a aflat în bună stare de funcționare la momentul t_1 să se afle în aceeași stare și la momentul $t_2 > t_1$

$$R(t_2) = e^{-\int_0^{t_2} z(t) dt} = e^{-\int_0^{t_1} z(t) dt - \int_{t_1}^{t_2} z(t) dt} = R(t_1) \cdot e^{-\int_{t_1}^{t_2} z(t) dt};$$

$$R(t_2 / t_1) = e^{-\int_{t_1}^{t_2} z(t) dt} = \frac{R(t_2)}{R(t_1)}.$$



APLICAȚIE NUMERICĂ

Enunț:

Care este probabilitatea de bună funcționare a unei bobine de inducție la momentul $t_2=44\ 000\text{km}$, dacă până la $t_1=40\ 000\ \text{km}$ ea s-a aflat în funcțiune? Pentru lotul de piese din care ea face parte se cunoaște $z(t)=\lambda=5 \cdot 10^{-5}\text{def./km}$.

Rezolvare:

Se aplică relația de calcul pentru o probabilitate condiționată de bună funcționare:

$$R(t) = \frac{R(t_2)}{R(t_1)} = \frac{e^{-\lambda \cdot t_2}}{e^{-\lambda \cdot t_1}} = e^{-\lambda \cdot (t_2 - t_1)} = e^{-\frac{44000 - 40000}{20000}} = e^{-0,2} = 0,819$$

Pentru întreaga populație de bobine de inducție, la momentul $t_2 = 44\ 000\text{km}$ probabilitatea de bună funcționare este:

$$R(t)_{\text{pop.}} = e^{-\lambda \cdot t_2} = e^{-\frac{44000}{20000}} = 0,111 < R(t).$$

OBSERVAȚIE:

$f(t)$ și $z(t)$ fiind **probabilități de defectare în jurul unui punct**, ele se vor calcula, în cazul observațiilor statistice, în raport cu **mijlocul fiecărui subinterval de observare** $\frac{t_{i-1} + t_i}{2}$.

2.1.5 Media timpului de bună funcționare – MTBF

MTBF – în limba franceză: **Moyenne des Temps de Bon Fonctionnement**;
– în limba engleză: **Mean Time Between Failures**.

Prin definiție:

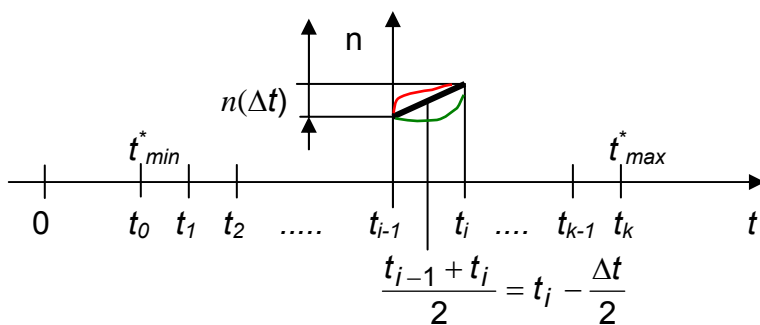
$$m = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt; t \in [0, +\infty)$$

Când se cunosc momentele producerii fiecărei defecțiuni în parte,

$$m = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i$$

Când observarea se face pe subintervale de timp,

$$m = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^k \frac{t_{i-1} + t_i}{2} \cdot n(\Delta t)_i = \sum_{i=1}^k \frac{t_{i-1} + t_i}{2} \cdot \frac{n(\Delta t)_i}{N_0 \cdot \Delta t} \cdot \Delta t$$



MTBF este un indicator sintetic care apreciază nivelul global al fiabilității dispozitivelor.

2.1.6 Dispersia timpului de bună funcționare, D ivb

Prin definiție:

$$D = \int_0^{\infty} (t - m)^2 \cdot f(t) dt$$

a) Se cunoaște adevărata valoare a lui \bar{m} pentru întreaga populație de dispozitive:

$$\bar{D} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} (t_i - \bar{m})^2 ; \quad \bar{D} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^k \left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2} - \bar{m} \right)^2 \cdot n(\Delta t)_i$$

b) Nu se cunoaște valoarea lui \bar{m} pentru întreaga populație de dispozitive, ci doar valoarea lui m pentru eșantionul studiat:

$$D = \frac{1}{N_0 - 1} \sum_{i=1}^{N_0} (t_i - m)^2 ; \quad D = \frac{1}{N_0 - 1} \sum_{i=1}^k \left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2} - m \right)^2 \cdot n(\Delta t)_i$$

2.1.7 Abaterea medie pătratică a timpului de bună funcționare, σ

$$\sigma = \sqrt{D}$$

2.1.8 Eliminarea valorilor înregistrate eronat

Se calculează mărimea $z = \frac{t_x - m}{\sigma}$,

Unde: t_x este valoarea suspectată a fi eronată;
 m – MTBF pentru eșantionul studiat;

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_0 - 1} \sum_{i=1}^{N_0} (t_i - m)^2} \text{ sau } \sigma = \sqrt{\frac{1}{N_0 - 1} \sum_{i=1}^k \left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2} - m \right)^2 \cdot n(\Delta t)_i}$$

Din tabelul funcției Laplace $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ se determină $\Phi(z)$.

Se calculează mărimea $\alpha = 1 - \Phi(z)$.

Dacă $N_0 \cdot \alpha < 0,1$ se elimină mărimea suspectă t_x cu o probabilitate de 99% ca ea să fie eronată.



APLICAȚIE NUMERICĂ

Enunț:

La încercarea unor dispozitive s-au înregistrat următoarele momente de defectare, exprimate în ore de funcționare: 1121, 1123, 1124, 1125, 1125, 1126, 1126, 1127, 1128, 1135. să se verifice dacă valoarea 1135 a fost înregistrată eronat.

Rezolvare:

Se calculează: $m = 1126$ ore; $\sigma = 3,74$ ore.

Rezultă: $z = \frac{1135 - 1126}{3,74} = 2,41$ ore. Din tabelul funcției Laplace se obține

$\Phi(2,41) = 0,992$. Rezultă $\alpha = 1 - \Phi(2,41) = 0,008$. De aici:

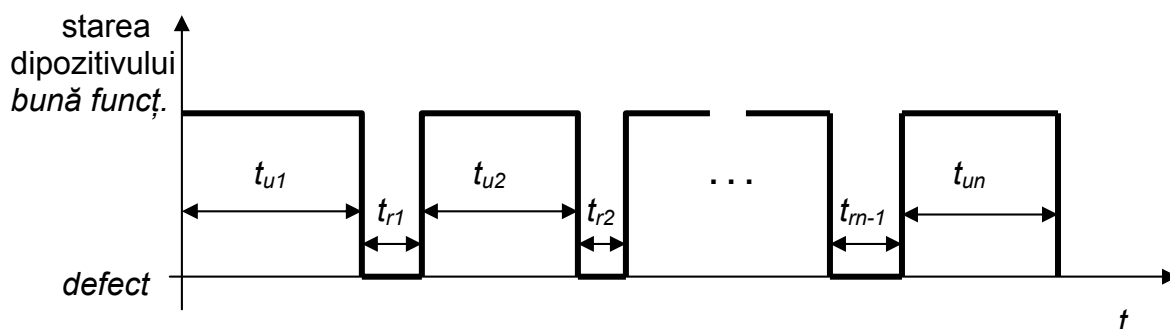
$N_0 \alpha = 10 \cdot 0,008 = 0,08 < 0,1$.

Concluzie : Valoarea $t = 1135$ ore se respinge ca fiind eronat înregistrată.

2.2 Indicatori referitori la dispozitivele reparabile

Dispozitive reparabile – în cazul unei defecțiuni sunt reparate, după care pot fi utilizate în continuare.

Ex.: motorul în ansamblul său, schimbătorul de viteze etc.



Se definesc: $T_u = \sum_{i=1}^n t_{ui}$, timpul total de utilizare;
 $T_r = \sum_{i=1}^{n-1} t_{ri}$, timpul total de reparare.

2.2.1 Indicatori referitori la T_u

2.2.1.1 Funcția de repartiție a T_u

$$F_u(t) = P(T_u < t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{n_u(t)}{N_0};$$

Pentru calcule statistice:

$$F_u(t) = \frac{n_u(t)}{N_0};$$

; dacă $N_0 < 20$, atunci:

$$F_u(t) = \frac{n_u(t)}{N_0 + 1}$$

2.2.1.2 Densitatea de probabilitate a T_u

$$f_u(t) = \lim_{\Delta t_u \rightarrow 0} \frac{P(t - \Delta t_u \leq T_u < t)}{\Delta t_u}$$

$$f_u(t) = \frac{n_u(\Delta t_u)}{N_0 \cdot \Delta t_u}$$

2.2.1.3 Rata ieșirii din utilizare

$$z_u(t) = \lim_{\Delta t_u \rightarrow 0} \frac{P(t - \Delta t_u < T_u \leq t) | T_u > t - \Delta t_u}{\Delta t_u}$$

$$z_u(t) = \frac{n_u(\Delta t_u)}{N_u(t - \Delta t_u) \cdot \Delta t_u}$$

2.2.1.4 Media T_u

$$m_u = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{N_0} T_{ui} ; \quad m_u = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{k_u} \frac{t_{i-1} + t_i}{2} \cdot n_u(\Delta t_u)_i;$$

unde k_u este numărul subintervalelor de observare:

$$k_u = \frac{T_{u \max}^* - T_{u \min}^*}{\Delta t_u^*}$$

unde $T_{u \max}^*$, $T_{u \min}^*$ și Δt_u^* sunt valorile rotunjite la întreg ale mărimilor respective.

2.2.1.5 Dispersia T_u

Când se cunoaște valoarea mediei timpilor totali de utilizare pentru întreaga populație de dispozitive:

$$\bar{D}_u = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} (T_{ui} - \bar{m}_u)^2 ,$$

dacă se înregistrează momentele de ieșire din funcțiune ale fiecărui dispozitiv în parte;

$$\bar{D}_u = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{k_u} \left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2} - \bar{m}_u \right)^2 \cdot n_u(\Delta t_u)_i ,$$

dacă momentele de ieșire din utilizare sunt înregistrate pe subintervale.

Când nu se cunoaște valoarea mediei timpilor totali de utilizare pentru întreaga populație de dispozitive, ci numai cea corespunzătoare eșantionului studiat:

$$D_u = \frac{1}{N_0 - 1} \sum_{i=1}^{N_0} (T_{ui} - m_u)^2 ,$$

dacă se înregistrează momentele de ieșire din funcțiune ale fiecărui dispozitiv în parte;

$$D_u = \frac{1}{N_0 - 1} \cdot \sum_{i=1}^{k_u} \left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2} - m_u \right)^2 \cdot n_u(\Delta t_u)_i ,$$

dacă momentele de ieșire din utilizare sunt înregistrate pe subintervale.

2.2.1.6 Abaterea medie pătratică a T_u

$$\sigma_u = \sqrt{D_u}$$

2.2.2 Indicatori referitori la T_r

2.2.2.1 Funcția de repartiție a T_r

$$F_r(t) = P(T_r < t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{n_r(t)}{N_0};$$

Pentru calcule statistice:

$$F_r(t) = \frac{n_r(t)}{N_0}$$

; dacă $N_0 < 20$, atunci:

$$F_r(t) = \frac{n_r(t)}{N_0 + 1}$$

2.2.2.2 Densitatea de probabilitate a T_r

$$f_r(t) = \lim_{\Delta t_r \rightarrow 0} \frac{P(t - \Delta t_r \leq T_r < t)}{\Delta t_r};$$

$$f_r(t) = \frac{n_r(\Delta t_r)}{N_0 \cdot \Delta t_r}$$

2.2.2.3 Rata ieșirii din reparație

$$z_r(t) = \lim_{\Delta t_r \rightarrow 0} \frac{P(t - \Delta t_r < T_r \leq t | T_r > t - \Delta t_r)}{\Delta t_r};$$

$$z_r(t) = \frac{n_r(\Delta t_r)}{N_r(t - \Delta t_r) \cdot \Delta t_r}$$

2.2.2.4 Media T_r

$$m_r = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{N_0} T_{ri}$$

$$m_r = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{k_r} \frac{t_{i-1} + t_i}{2} \cdot n_r(\Delta t_r)_i;$$

unde k_r este numărul subintervalelor de observare:

$$k_r = \frac{T_{r \max}^* - T_{r \min}^*}{\Delta t_r^*}$$

unde $T_{r \max}^*$, $T_{r \min}^*$ și Δt_r^* sunt valorile rotunjite la întreg ale mărimilor respective.

2.2.2.5 Dispersia T_r

Când se cunoaște valoarea mediei timpilor totali de reparare pentru întreaga populație de dispozitive:

$$\bar{D}_r = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} (T_{ri} - \bar{m}_r)^2,$$

dacă se înregistrează momentele de ieșire din reparație ale fiecărui dispozitiv în parte;

$$\bar{D}_r = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{k_r} \left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2} - \bar{m}_r \right)^2 \cdot n_r(\Delta t_r)_i ,$$

dacă momentele de ieșire din reparație sunt înregistrate pe subintervale.

Când nu se cunoaște valoarea mediei timpilor totali de reparare pentru întreaga populație de dispozitive, ci numai cea corespunzătoare eșantionului studiat:

$$D_r = \frac{1}{N_0 - 1} \sum_{i=1}^{N_0} (T_{ri} - m_r)^2 ,$$

dacă se înregistrează momentele de ieșire din reparație ale fiecărui dispozitiv în parte;

$$D_r = \frac{1}{N_0 - 1} \cdot \sum_{i=1}^{k_r} \left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2} - m_r \right)^2 \cdot n_r(\Delta t_r)_i ,$$

dacă momentele de ieșire din reparație sunt înregistrate pe subintervale.

2.2.2.6 Abaterea medie pătratică a T_r

$$\sigma_r = \sqrt{D_r}$$

2.2.3 Indicatori globali

2.2.3.1 Coeficientul de disponibilitate

$$A = \frac{m_u}{m_u + m_r} \cdot 100[\%] ; A - \text{Availability} = \text{disponibilitate (engl.)}$$

2.2.3.2 Frecvența lucrărilor profilactice

$$k_p = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} n_{pi}}{\sum_{i=1}^{N_0} T'_{ui}}$$

; unde n_{pi} este numărul lucrărilor profilactice efectuate asupra dispozitivului „i”;
 T'_{ui} – timpul de utilizare a dispozitivului „i” în decursul experimentului.

2.2.3.3 Timpul specific pentru efectuarea lucrărilor profilactice

$$t_p = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} T'_{pi}}{\sum_{i=1}^{N_0} T'_{ui}}$$

; unde T'_{pi} este timpul consumat pentru lucrări profilactice la dispozitivul „i”, în decursul experimentului.

2.2.3.4 Frecvența intervențiilor corective

$$k_r = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} n_{ri}}{\sum_{i=1}^{N_0} T'_{ui}}$$

; unde n_{ri} este numărul intervențiilor corective efectuate asupra dispozitivului „i”, în decursul experimentului.

2.2.3.5 Timpul specific consumat pentru intervenții corective

$$t_r = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} T'_{ri}}{\sum_{i=1}^{N_0} T'_{ui}}$$

; unde T'_{ri} este timpul consumat pentru intervenții corective la dispozitivul „i”, în decursul experimentului.