Capitolul 5 DETERMINAREA LEGII TEORETICE DE REPARTIȚIE. VERIFICAREA IPOTEZELOR STATISTICE

5.1 DETERMINAREA LEGII TEORETICE DE REPARTIȚIE

De cele mai multe ori, studiile de fiabilitate se organizează pe eşantioane de dispozitive formate dintr-un numă mai mic sau mai mare de dispozitive care se caută să reprezinte cât mai fidel întreaga populație.

În urma testelor de fiabilitate la care va fi supus eşantionul se vor obține informații privind indicatorii de fiabilitate ai dispozitivelor respective. Se pune problema extinderii informațiilor căpătate în acest mod la scara întregii populații şi pe toată durata de viață a oricărui dispozitiv al acestei populații.

Pentru aceasta se va proceda la definirea, sub forma unei ipoteze statistice, a legii teoretice de distribuție care descrie comportatre eşantionului studiat statistic, cât şi a întregii populații de dispozitive.

Pentru identificarea legii respective se va proceda la trasarea histogramelor de variație în timp a unor indicatori de fiabilitate, ca de exemplu *f(t)* şi/sau *z(t)*. Analizând aspectul acestor histograme şi comparându-l cu formele curbelor respective cunoscute pentru diferite legi teoretice de distribuție, se poate enunța ipoteza statistică potrivit căreia, în cazul studiat, acționează o anumită lege teoretică.

5.2 VERIFICAREA IPOTEZELOR STATISTICE

După formularea unei ipoteze statistice, urmează să se determine nivelul de încredere cu care ipoteza respectivă poate fi acceptată. În cazul în care acest nivel nu mulțumeşte pe experimentator, se va căuta o altă lege teoretică de distribuție, formulându-se astfel o nouă ipoteză ce va trebui verificată la rândul ei.

5.2.1 Criteriul χ^2 (Pearson)

Se poate aplica eşantioanelor de dimensiune $\boldsymbol{N_0} \geq$ **100 dispozitive**.

Mărimea ce apreciază diferența dintre evoluția fiabilității conform legii teoretice presupuse a acționa şi evoluția eşantionului studiat statistic este:

$$\boxed{D_P = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[n(\Delta t)_{0i} - n^*(\Delta t)_i\right]^2}{n^*(\Delta t)_i}}$$

unde k este numărul subintervalelor de observare;

$n(\Delta t)_{0i}$ – numărul defecțiunilor înregistrate experimental în evoluția eşantionului în subintervalul de observare Δt_i;

$n^*(\Delta t)_i$ – numărul defecțiunilor corespunzătoare subintervalului de observare Δt_i, potrivit acțiunii legii teoretice de distribuție, rotunjit la valoare întreagă.

Dacă $\boxed{D_P \leq \chi^2(\alpha, r)}$,

unde $\chi^2(\alpha, r)$ este valoarea funcției χ^2 cu:

α - nivelul de încredere cu care se poate accepta ipoteza;

r – numărul gradelor de libertate ale funcției χ^2,

$$\boxed{r = k - 1}$$

se acceptă ipoteza făcută, cu un **nivel de încredere** $\boldsymbol{\alpha}$.

Modul de lucru

- Se înregistrează momentele defectării dispozitivelor din eşantionul studiat;
- Se determină mărimea Δt a subintervalului de observare;
- Se contorizează numerele de defecțiuni pentru fiecare subinterval $n(\Delta t)_{0i}$;
- Se calculează, pe baza datelor înregistrate experimental, $f(t)_{0i}$ şi/sau $z(t)_{0i}$ şi se reprezintă histogramele respective;
- Se analizează aspectul histogramelor şi se formulează ipoteza statistică potrivit căreia, în cazul studiat, acționează o anumită lege teoretică de repartiție;
- Se determină parametrii legii teoretice de distribuție folosind relațiile de calcul statistic pentru eşantion;
- Se calculează valorile $f(t)_i$ utilizând expresia analitică corespunzătoare legii respective la aceleaşi momente t_i cu cele din cazul studiului statistic;
- Se calculează $n(\Delta t)_i = f(t)_i \cdot N_0 \cdot \Delta t$;
- Se rotunjeşte $n(\Delta t)_i$ la valoarea întreagă cea mai apropiată $n^*(\Delta t)_i$;
- Se calculează $D_P = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[n(\Delta t)_{0i} - n^*(\Delta t)_i\right]^2}{n^*(\Delta t)_i}$;
- Se calculează numărul gradelor de libertate ale funcției integrale χ^2 :
  $r = k - 1$;
- Considerând $\chi^2 = D_p$, se determină din tabelul funcției χ^2 valoarea α corespunzătoare lui $\chi^2 = D_p$ pentru $r = k - 1$;

r \ α	0,99	0,98	0.97	. . .	α	. . .
1						
2						
3						
. . .						
***r* = *k* - 1**					$\chi^2 = D_P = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[n(\Delta t)_{0i} - n^*(\Delta t)_i\right]^2}{n^*(\Delta t)_i}$	
. . .						

- Se analizează dacă nivelul de încredere α, astfel obținut, este satisfăcător sau nu. În caz afirmativ, înseamnă că se poate accepta ipoteza formulată, iar dacă nu, se formulează o nouă ipoteză privind acțiunea unei alte legi teoretice şi se reia calculul în acelaşi mod.

Nivelul de încredere acceptabil în general este de 80% (0,8). El poate avea însă şi alte valori, în funcție de exigențele experimentatorului.

5.2.2 Criteriul Kolmogorov

Se aplică în cazul eşantioanelor de dimensiune $N_0 < 100$ **dispozitive.**

Ca măsură a diferenței dintre evoluția fiabilității conform legii teoretice presupuse a acționa şi comportarea eşantionului studiat statistic se utilizează mărimea:

$$\boxed{D_K = \max\left|R(t)_{0i} - R(t)_i\right|}.$$

Care reprezintă, în valoare absolută, diferența maximă dintre valoarea funcției fiabilității în cazul eşantionului studiat şi în cazul aplicării legii teoretice de repartiție presupusă a acționa.

Diferențele se calculează pentru fiecare moment t_i la care s-a determinat valoarea funcției fiabilității.

Pe baza lui D_K se calculează parametrul criteriului Kolmogorov:

$$\boxed{\lambda_K = D_K \cdot \sqrt{N_0}}$$

cu N_0 - numărul dispozitivelor din care este alcătuit inițial eşantionul.

Fiecărei valori λ_K îi corespunde o valoare a funcției Kolmogorov, $K(\lambda)$, care este prezentată tabelar şi care reprezintă nivelul de încredere cu care se poate accepta ipoteza statistică formulată. Valorile funcției $K(\lambda)$ scad pe măsură ce λ_K creşte.

OBSERVAȚIE:

În unele lucrări, valorile funcției Kolmogorov prezentate în tabel corespund nivelului de semnificație al testului, $p = 1 - \alpha$, unde α este nivelul de încredere cu care se poate accepta ipoteza statistică formulată. În acest caz, valorile K_λ cresc odată cu creşterea valorilor lui λ.

Mod de lucru

- Se înregistrează momentele defectării dispozitivelor din eşantionul studiat;
- Se determină mărimea Δt a subintervalului de observare;
- Se calculează valorile funcției de fiabilitate determinate experimental, $R(t)_{0i}$;
- Se calculează, pe baza datelor înregistrate experimental, $f(t)_{0i}$ şi/sau $z(t)_{0i}$ şi se reprezintă histogramele respective;
- Se analizează aspectul histogramelor şi se formulează ipoteza statistică potrivit căreia, în cazul studiat, acționează o anumită lege teoretică de repartiție;
- Se determină parametrii legii teoretice de distribuție folosind relațiile de calcul statistic pentru eşantion;
- Se calculează valorile funcției fiabilității $R(t)_i$ în cazul legii teoretice la aceleaşi momente cu studiul experimental;
- Se calculează D_K;
- Se determină $\lambda_K = D_K \cdot \sqrt{N_0}$;
- Din tabelul funcției Kolmogorov se determină nivelul de încredere cu care se poate accepta ipoteza statistică.

În general, se pot accepta valori de până la 50% (0,5), dar în unele cazuri se poate coborî chiar până la 30% (0,3); cu cât eşantionul este format din mai multe dispozitive, cu atât nivelul de încredere va trebui să fie mai ridicat.